УДК 517.9

Моделирование осцилляционных свойств асфальтобетона с помощью уравнений Бегли-Торвика

Седельников А.В., Алероева Х.Т., Маршалкина А.С.

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва»

г. Самара, Российская Федерация

В работе рассматриваются вопросы проблемы продления срока нормативной эксплуатации асфальтобетонных дорожных покрытий. Одним из наиболее значимых факторов, влияющих на длительность этого срока, является качество битумов, использующихся при изготовлении асфальтобетонных смесей. Существующая мировая практика дорожного строительства и эксплуатации дорожных покрытий показывает, что качество битумов можно существенно улучшить путём их модификации полимерными материалами [1]. При этом получаемые вязкоупругие соединения можно проектировать и изготавливать после математического моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) этих материалов. Для получения адекватных моделей НДС необходимо применять современный математический аппарат, включающий в себя использование производных дробного порядка [2]. В этом случае возникает проблема параметрической идентификации математических моделей с операторами дробного дифференцирования, приводящая к необходимости разработки новых методик параметрической идентификации моделей по экспериментальным данным.

При моделировании НДС асфальтобетона с полимерными модификациями в данной работе он представлен в виде совокупности твёрдых гранул наполнителя, которые находятся в вязкоупругой среде. Поперечные

движения гранулы в таком наполнителе под действием внешних нагрузок описывается уравнением осциллятора с дробным трением [3]:

$$m \cdot u''(x) + \nu \cdot D_{ox}^{\alpha} u(x) + k \cdot u = \zeta(x),$$

где m – масса гранулы наполнителя; ν и k – соответственно модули вязкости и жесткости наполнителя; ζ – внешняя сила; $0 < \alpha < 1$ – параметр вязкоупругости среды.

Моделируемые в работе осцилляционные свойства асфальтобетона с полимерными модификациями связаны с периодическим превращением энергии механической системы из одной формы в другую. Модель Бегли-Торвика хорошо согласуется с экспериментальными данными, когда речь идёт о малых колебаниях наполнителя, который может быть представлен линейным упругим континуумом без точек опоры на рассматриваемом сегменте.

Для краевой задачи

$$-u'' + \varepsilon D_{0x}^{\alpha} u = \lambda u,$$
$$u(0) = 0, \quad u(1) = 0.$$

С помощью численных методов получены собственные числа и собственные функции, описывающей изменение деформационно-прочностных свойств асфальтобетона с полимерными модификациями на основе полиэфирной смолы (α =1.47).

Неявное выражение для собственных значений λ_k:

$$\sum_{n=1}^{100} (-1)^n \sum_{m=0}^{n} \frac{\binom{n}{m} (1.8)^m \lambda_k^{n-m}}{\Gamma(2n - 1.47m + 2)} + 1 = 0.$$

Выражение для собственных функций $u_k(x)$:

$$u_k(x) = x + \sum_{n=1}^{100} (-1)^n \sum_{m=0}^{n} \frac{\binom{n}{m} (1.8)^m \lambda_k^{n-m} x^{2n+1-1.47m}}{\Gamma(2n - 1.47m + 2)}.$$

Полученные результаты позволяют моделировать НДС асфальтобетона с полимерными модификациями, а также проектировать и изготавливать

вязкоупругие соединения полимербетона, обладающие заданными свойствами и повышенным сроком службы.

Работа поддержана Российским научным фондом (№ 25-19-00312).

Список использованной литературы

1. Маркуц В.М. *Расчет нежёстких дорожных одежд со слоями из слабосвязных материалов* / В.М. Маркуц. – Лондон: LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 75 с.
2. Mainardi F. *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity: An Introduction to Mathematical Models* / F. Mainardi. – Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010. – 368 p.
3. Sedelnikov A.V. *Advancing the Application of the Rayleigh-Schrödinger Method for Identifying Key Parameters in Fractional-Order Begley–Torvik Type Models* / A.V. Sedelnikov, H.T. Aleroeva // *Mathematics*. – 2026. – Vol. 14, № 9. – 1437.