УДК 519.216:536.2:551.34

Цифровое планирование сетей геокриологического мониторинга на основе стохастической модели протаивания грунтов

Карымов Р. И.

Байкальский государственный университет

г. Иркутск, Российская Федерация

Цифровизация инфраструктуры северных регионов опирается на непрерывный мониторинг грунтовых оснований: температура многолетнемёрзлых пород повышается повсеместно [1], создавая риски для объектов криолитозоны [2]. Данные термометрических скважин передаются в информационные системы в реальном времени, однако число пунктов наблюдений и шаг их размещения назначаются по опыту, а не расчётом, хотя именно плотность сети определяет достоверность прогнозов [3]. Предлагается расчётная схема, связывающая статистическую структуру свойств грунта с параметрами системы наблюдений.

Глубина сезонного протаивания определяется задачей Стефана для уравнения теплопроводности с фазовым переходом. При малых числах Стефана её квазистационарное решение мультипликативно по параметрам грунта:

$$\xi = \sqrt{\frac{2\lambda_1 \Theta}{\rho_d L w}}, \qquad (1)$$

где λ_1 — теплопроводность талого грунта, w — влажность, ρ_d — плотность скелета, L — теплота плавления льда, Θ — сумма градусо-суток тепла.

Пусть поля $\ln\lambda_1$ и $\ln w$ вдоль профиля однородны и гауссовы, с экспоненциальной ковариацией и радиусом корреляции ℓ_c. Тогда из (1) следует, что глубина протаивания логнормальна, а её логарифм $Y = \ln\xi$ наследует ту же ковариацию $C_Y(r) = \sigma_Y^2 e^{-r/\ell_c}$ с дисперсией

$$\sigma_Y^2 = 1/4\left(\sigma_\lambda^2 + \sigma_w^2 - 2r_{\lambda w}\sigma_\lambda\sigma_w\right). \qquad (2)$$

Для сооружения с опорной площадкой длины D существенна не точечная глубина, а её среднее по площадке; интегрирование ковариации даёт

$$\frac{\sigma_D^2}{\langle\xi\rangle^2} \approx \sigma_Y^2\, g\left(\frac{D}{\ell_c}\right), \qquad g(u) = \frac{2(u - 1 + e^{-u})}{u^2}, \qquad (3)$$

то есть площадка длины D эквивалентна $D/(2\ell_c)$ независимым измерениям, и при $D \lesssim \ell_c$ осреднение неопределённость почти не снижает.

Поле марковское, поэтому оптимальная линейная оценка (кригинг [4]) использует только два соседних пункта, а максимальная дисперсия ошибки и допустимый шаг сети выражаются в замкнутом виде:

$$\sigma_K^2(\Delta) = \sigma_Y^2 \tanh\frac{\Delta}{2\ell_c}, \qquad \Delta^* = 2\ell_c \operatorname{artanh}\kappa^2, \qquad (4)$$

где Δ — шаг сети, а Δ^* отвечает требованию $\sigma_K \le \kappa\sigma_Y$. Сам радиус корреляции оценивается по тем же данным: отсчёты образуют авторегрессию первого порядка, и погрешность его оценки при $\Delta \ll \ell_c$ равна $\delta_\ell \approx \sqrt{2\ell_c/L}$, где L — длина профиля. Отсюда минимальное число пунктов наблюдений

$$N_{\min} = \frac{1 - \rho_*^2}{x_*^2 \rho_*^2 \delta_\ell^2}, \qquad x_* = 2\operatorname{artanh}\kappa^2, \quad \rho_* = e^{-x_*}. \qquad (5)$$

Выражение (5) не содержит ℓ_c: минимальный объём наблюдений определяется только требуемой точностью, тогда как радиус корреляции влияет лишь на шаг сети и длину профиля. Это позволяет обосновать состав и стоимость системы мониторинга на стадии проектирования, до получения данных о конкретной территории, а размещение датчиков уточнять по мере накопления измерений.

Соотношения (1)–(5) дают расчётную основу для проектирования цифровых систем геокриологического мониторинга и для назначения коэффициентов запаса по глубине протаивания. Дальнейшее развитие — обобщение на двумерные сети и включение схемы в контур усвоения данных [5].

Список использованной литературы

1. Biskaborn B. K. Permafrost is warming at a global scale / B. K. Biskaborn, S. L. Smith, J. Noetzli [et al.] // Nature Communications. – 2019. – Vol. 10. – Art. 264.
2. Hjort J. Degrading permafrost puts Arctic infrastructure at risk by mid-century / J. Hjort, O. Karjalainen, J. Aalto [et al.] // Nature Communications. – 2018. – Vol. 9. – Art. 5147.
3. Harp D. R. Effect of soil property uncertainties on permafrost thaw projections: a calibration-constrained analysis / D. R. Harp, A. L. Atchley, S. L. Painter [et al.] // The Cryosphere. – 2016. – Vol. 10, No. 1. – P. 341–358.
4. Matheron G. Principles of geostatistics / G. Matheron // Economic Geology. – 1963. – Vol. 58, No. 8. – P. 1246–1266.
5. Nicolsky D. J. Estimation of soil thermal properties using in-situ temperature measurements in the active layer and permafrost / D. J. Nicolsky, V. E. Romanovsky, G. G. Panteleev // Cold Regions Science and Technology. – 2009. – Vol. 55, No. 1. – P. 120–129.